EXERCICES D'ÉLECTRICITÉ - II

Année 3002-3003

Christian Carimalo

Filtres passifs, diagrammes

☞ Les filtres passifs sont ici considérés en régime sinusoïdal de pulsation ω et leurs circuits de charge sont supposés ouverts.

I. Pour chacun des montages de la figure (1), répondre aux questions suivantes.

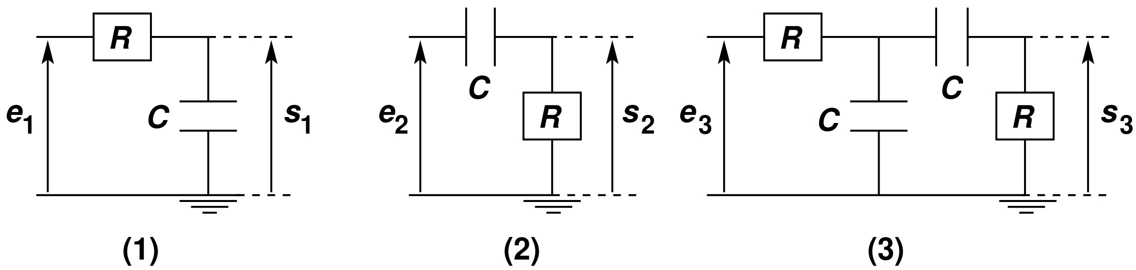


Figure 1

1°) Déterminer, en fonction de $u = RC\omega$, la fonction de transfert $H_k = s_k/e_k$. Montrer que l'on a

$$H_3 = \frac{H_1 H_2}{1 + H_1 H_2}$$

Expliquer pourquoi $H_3 \neq H_1 H_2$.

2°) Trouver, dans le plan complexe, l'ensemble Σ_k décrit par le point représentatif du nombre complexe H_k, lorsque u varie de zéro à l'infini.

3°) Tracer les diagrammes de Bode asymptotiques en gain et en phase. Préciser les pulsations de coupure ou la bande passante.

****

II. On considère le circuit de la figure (2) dont on donne le diagramme de Bode asymptotique en gain, et pour lequel : $f_1 = 2000$ Hz, $f_2 = 8000$ Hz, $f_1' = 1000$ Hz, $R_1 = 1\,\mathrm{k}\Omega$.

1°) Etablir sa fonction de transfert $H(j\omega) = s/e$.

2°) Déterminer numériquement R_2, C_1 et C_2.

Rep. : $R_2 = 2R_1 = 2\mathrm{k}\Omega$; $C_2 = 20\,\mathrm{nF}$, $C_1 = 2C_2$.

3°) Trouver la bande passante (en fréquence) à $\mathrm{g_{max}} - 3\mathrm{dB}$.

Rep. : $\Delta f = 16000$ Hz.

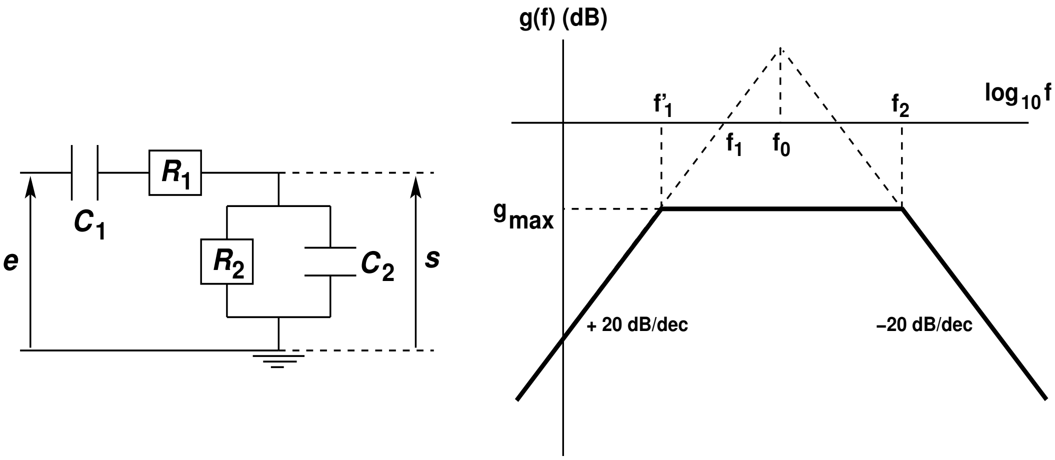


Figure 2

****

III. 1°) Sans calcul, trouver la nature du filtre de la figure (3).

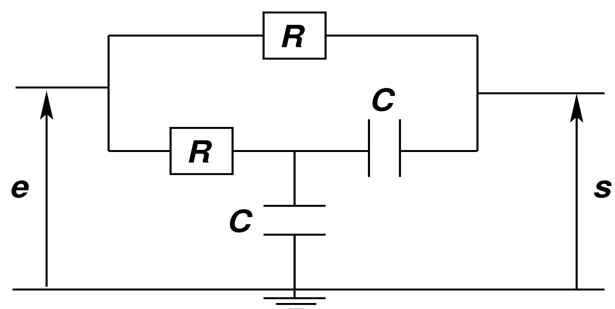


Figure 3

2°) Déterminer sa fonction de transfert $H(j\omega)$ en fonction de $u = RC\omega$.

3°) Tracer le diagramme asymptotique en gain. Quelle est la fréquence de coupure f_c ? La calculer numériquement avec les données $R = 1000\,\Omega$, $C = 53\,\mu$F.

Rep. : $f_c = 9000$ Hz.

4°) Quel est le déphasage de la tension de sortie pour $f = 8100$ Hz ? Quel est le gain pour cette fréquence ?

Rep. : $\varphi = -\pi/4$; $G = -2$ dB.

****

IV. 1°) Etablir la fonction de transfert $H(j\omega) = s/e$ du filtre de la figure (4), où $e = v_A - v_{A'}$, $s = v_B - v_{B'}$, et préciser la nature de ce filtre.

2°) On donne $R = 10^3\,\Omega$. Quelle doit être la valeur numérique de C pour que la tension s soit en déphasage de $-\pi/2$ par rapport à la tension e à la fréquence de 1600 Hz ?

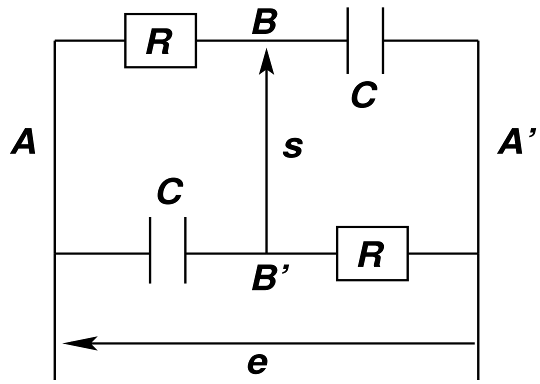


Figure 4

****

V. A la figure (5) sont représentés un filtre passif et son diagramme de Bode asymptotique en gain.

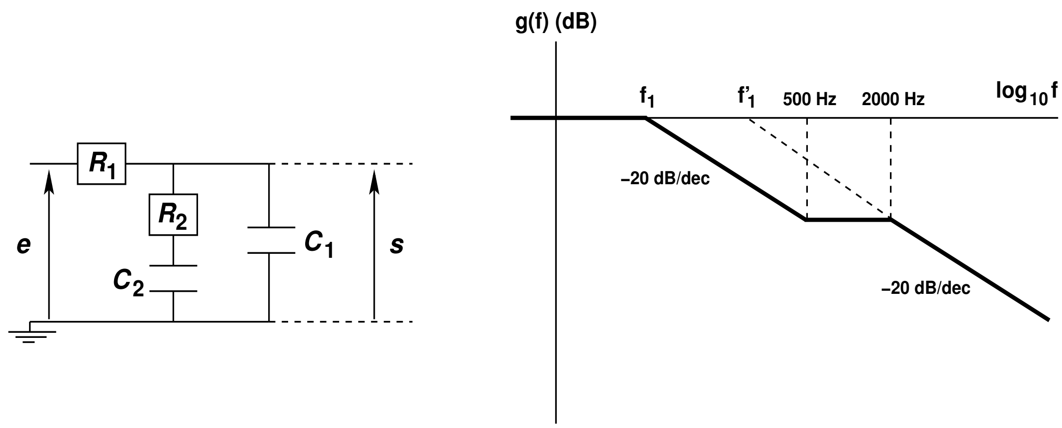


Figure 5

1°) Trouver la fonction de transfert $H(j\omega)$ de ce filtre.

2°) Montrer, en le justifiant, que

$$f_1 \approx \frac{1}{2\pi R_1(C_1+C_2)}, \quad f_1' \approx \frac{1}{2\pi R_1 C_1}$$

3°) On donne $C_2 = 33$ nF. En déduire les valeurs numériques de R_1 et C_1.

Rep. : $C_1 = 11$ nF, $R_1 = 72,3\,\mathrm{k}\Omega$.

4°) On donne $R_2 = 10\,\mathrm{k}\Omega$. Calculer numériquement le gain réel $G = 20\log_{10}|H|$ pour les fréquences $f = 500$ Hz, $f = 1250$ Hz, $f = 2000$ Hz. Justifier alors l'allure du diagramme asymptotique.

****

VI. Un système linéaire a pour fonction de transfert $H(p) = \dfrac{\tau_2 p}{(1+\tau_1 p)(1+\tau_3 p)}$, avec $0 < \tau_1 < \tau_2 < \tau_3$. Déterminer ses diagrammes de Bode asymptotiques en gain et en phase.

****

VII. Le diagramme de Nyquist d'un système de fonction de transfert $H(p)$ est la courbe que décrit l'image $M(\omega)$ de $H(j\omega)$ dans le plan complexe, lorsque ω varie de zéro à l'infini. Déterminer le diagramme de Nyquist ($\tau > 0$) :

a) d'un passe-bas d'ordre un de fonction de transfert $H(p) = \dfrac{1}{1+\tau p}$;

b) d'un passe-haut d'ordre un de fonction de transfert $H(p) = \dfrac{\tau p}{1+\tau p}$;

c) d'un déphaseur d'ordre un de fonction de transfert $H(p) = \dfrac{1-\tau p}{1+\tau p}$.

AO, filtres actifs

☞ Les AO sont supposés idéaux et fonctionner en régime linéaire.

I. 1°) Déterminer la fonction de transfert $H(j\omega) = s/e$ du filtre de la figure (6), en fonction de $u = RC\omega$.

2°) Quelle est la nature de ce filtre ? Tracer son diagramme de Nyquist.

3°) Pour quelle valeur de u la tension de sortie est-elle en quadrature avec la tension d'entrée ?

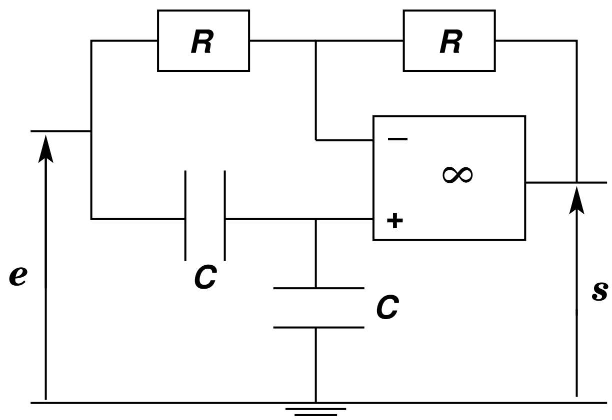


Figure 6

4°) Quelle est l'impédance d'entrée de ce filtre ?

****

II. Mêmes questions pour le filtre de la figure (7).

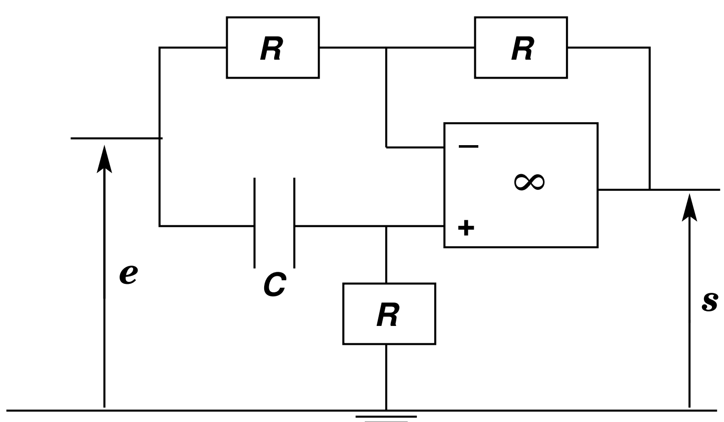


Figure 7

****

III. 1°) Sans aucun calcul, montrer que le filtre de la figure (8) est passe-haut.

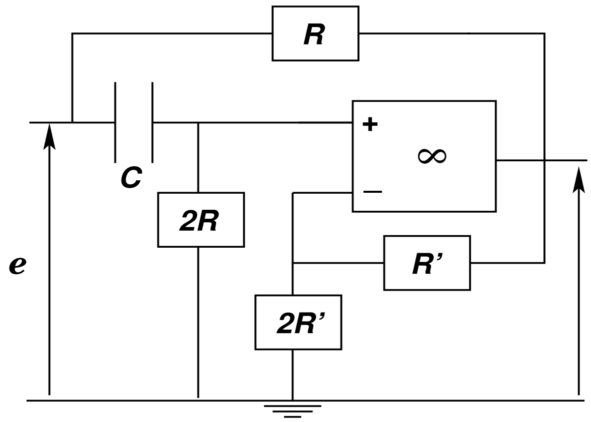


Figure 8

2°) Déterminer sa fonction de transfert $H(j\omega)$ en fonction de $u = RC\omega$.

3°) Déterminer son impédance d'entrée.

4°) Le diagramme asymptotique de son gain est représenté à la figure (9) (f est la fréquence). On donne $f_1 = 1700$ Hz, $R = 4700\,\Omega$. Calculer numériquement C et $g_{\max}$.

Rep. : $g_{\max} = 3,52$; $C \simeq 10$ nF.

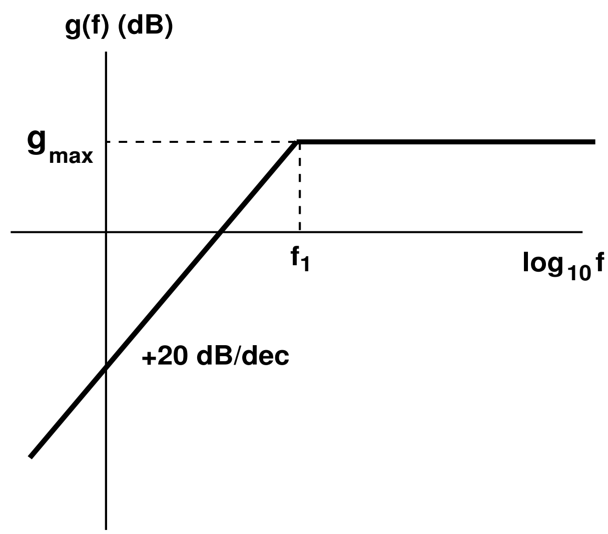


Figure 9

****

IV. 1°) Sans aucun calcul, quelle est a priori la nature du filtre de la figure (10) ?

2°) Montrer que sa fonction de transfert s'écrit

$$H(j\omega) = \frac{1}{(1 + ju)^2}$$

et donner l'expression de u en fonction de R, C et ω.

3°) Donner une représentation du gain par asymptotes.

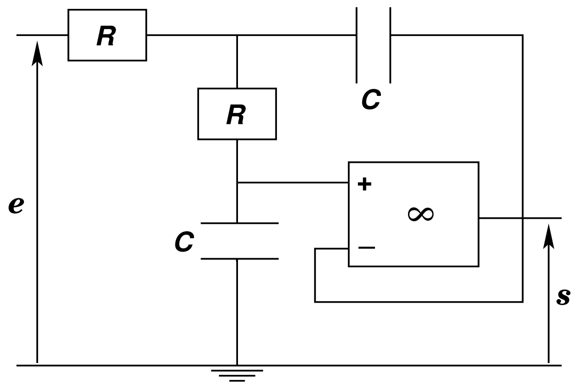


Figure 10

****

V. 1°) Trouver la fonction de transfert $H(j\omega)$ du filtre de la figure (11).

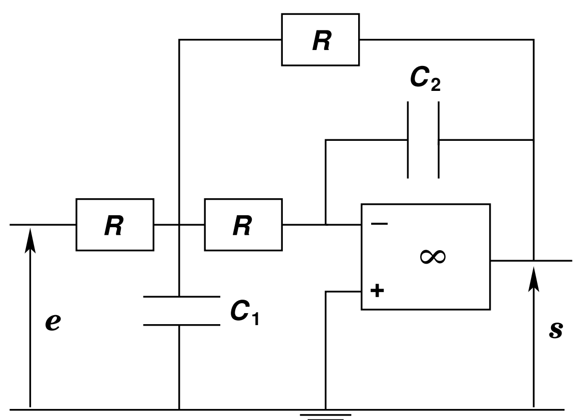


Figure 11

2°) Montrer que sous la condition $9\,C_2 > 4\,C_1$, elle peut s'écrire

$$H(j\omega) = -\frac{1}{(1+j\dfrac{\omega}{\omega_1})(1+j\dfrac{\omega}{\omega_2})}$$

où ω_1 et ω_2 sont deux grandeurs réelles, avec $\omega_1 < \omega_2$, que l'on déterminera.

3°) On suppose $C_1 = 30$ nF et $C_2 = 333$ nF, $R = 1\,\mathrm{k}\Omega$. Calculer numériquement ω_1 et ω_2.

Rep. : $\omega_1 = 10^3$ rd/s, $\omega_2 = 10^5$ rd/s.

4°) Avec ces valeurs numériques, donner, en les justifiant, les diagrammes de Bode asymptotiques en gain et en phase de ce filtre.

****

VI. A partir du montage de la figure (12), simuler une inductance dont on donnera le coefficient d'auto-induction.

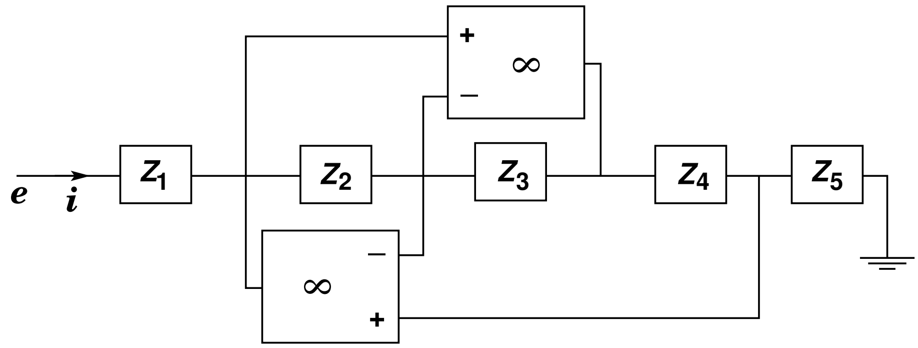


Figure 12

Rep. : en prenant, par exemple, $Z_1 = R_1$, $Z_2 = R_2$, $Z_3 = R_3$, $Z_4 = 1/(jC\omega)$, $Z_5 = R_5$.

****

VII. Dans le montage de la figure (13), l'impédance Z_1 est l'association en série d'une résistance R et d'un condensateur de capacité C, et Z_2 est l'association en parallèle d'une résistance $2R$ et d'un condensateur de capacité $C/2$.

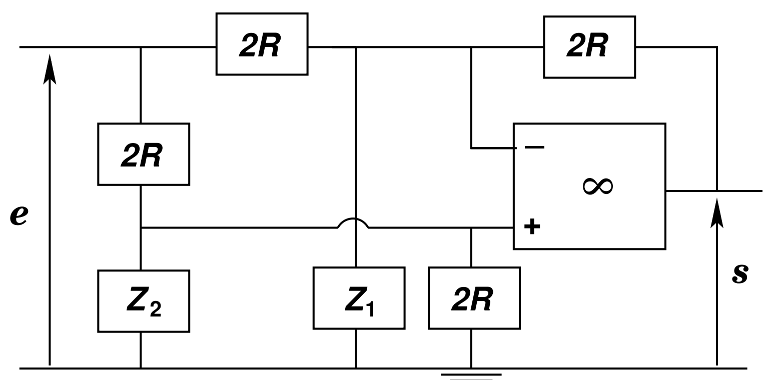


Figure 13

Montrer que le filtre ainsi obtenu est un coupe-bande. Calculer la fréquence pour laquelle le module de la fonction de transfert est minimum. On donne $R = 67700\,\Omega$, $C = 47$ nF.

Rep. : $f = 50$ Hz.

****

VIII. On considère les montages de la figure (14).

1°) Pour le montage (I), que valent s_1 et s_2 ?

Rep. : $s_1 = e$, $s_2 = e/2$.

2°) Déterminer la fonction de transfert $H_2(j\omega)$ du montage (II) en fonction du rapport $\rho = Z/Z'$.

Rep. : $H_2(j\omega) = -\dfrac{1}{1 + 3\rho + \rho^2}$.

3°) On considère ensuite le montage (III).

a) Déterminer sa fonction de transfert $H_3(j\omega)$ en fonction de $u = RC\omega$.

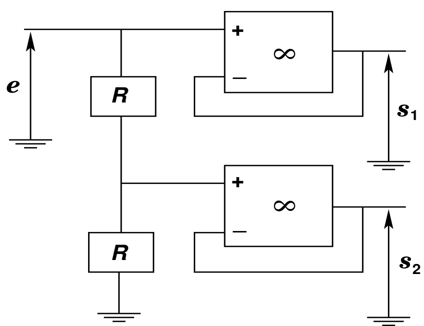
Rep. : Dans la partie médiane du montage, la partie haute a pour fonction de transfert H_2 avec $\rho = 1/(ju)$, tandis que la partie basse a pour fonction de transfert H_2 avec $\rho = ju$.

b) Tracer qualitativement la courbe de variation de $|H_3|$ en fonction de u.

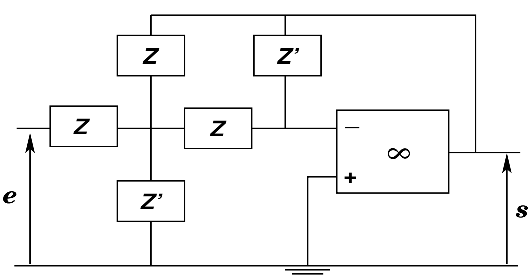
c) Montrer que cette courbe présente un minimum dont on donnera les caractéristiques.

d) On donne $R = 67700\,\Omega$, $C = 47$ nF. Calculer numériquement la fréquence correspondant au minimum.

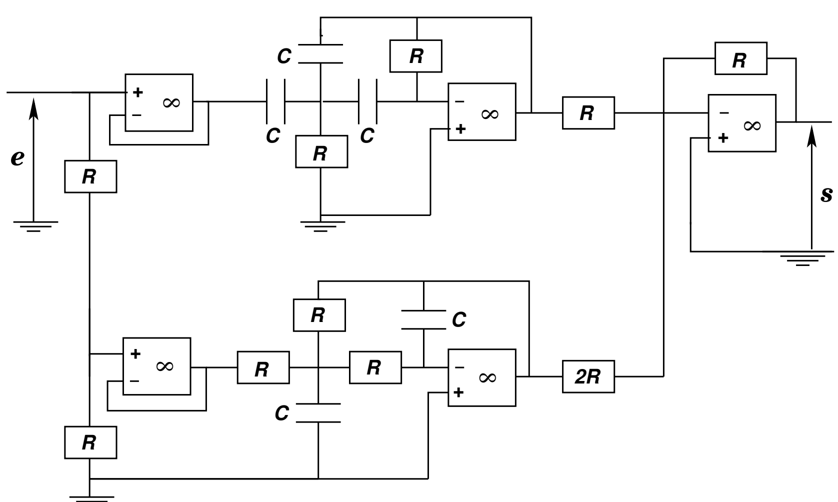
Rep. : $f = 50$ Hz.



Montage I



Montage II



Montage III

Figure 14

3°) Etudier le filtre représenté à la figure (15) (fonction de transfert, diagrammes de Bode).

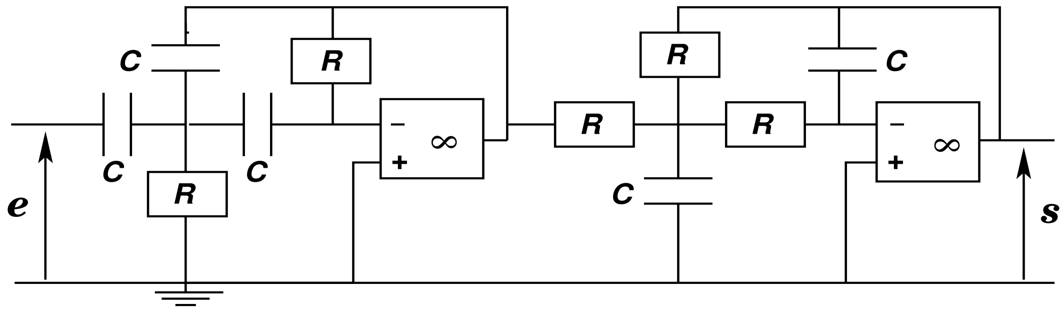


Figure 15

****